# MODUL 6
# PERSAMAAN DIFFERENSIAL BIASA

**Muhammad Ilham**
10211078
Program Studi Fisika, Institut Teknologi Bandung, Indonesia
Email: muhammad_ilham@students.itb.ac.id

Asisten: Fauzia P. Lestari / 10210085
Ulin Nuha / 10210095
Andromeda / 10210097
Tanggal Praktikum: (20-03-2014)

**Abstrak**

*Peluruhan suatu unsur dapat disajikan dalam suatu persamaan diferensial biasa. Solusi persamaan biasa ini dapat diselesaikan dengan metode numerik, yang dimana metode numerik yang digunakan adalah metode Euler. Metode Euler diturunkan dari deret Taylor sampai orde kesatu.Variasi yang digunakan dalam praktikum ini adalah lamanya waktu peluruhan dan didapatkan bahwa semakin lama waktu peluruhan yang diberikan akan membuat waktu unutk menampilkan output semakin lama. Untuk mendapatkan hasil yang mendekati hasil analitik atau errornya kecil dibutuhkan nilai step h yang kecil.*

**Kata kunci: Persamaan Differensial Biasa , Deret Taylor , Metode Euler**

## I. Pendahuluan

1.1 Tujuan

Tujuan dari praktikum ini ialah menyelesaikan persamaan differensial dengan metoda numerik menggunakan metode Euler.

**1.2** Teori Dasar

Metode yang akan digunakan dalam mencari solusi PDB adalah metode Euler. PDB adalah persamaan differensial yang hanya mempunyai satu peubah bebas. Metode Euler adalah metode yang paling sederhana dan kurang teliti namun sangat memudahkan dalam penggunaannya.

Metode ini didapat dari penurunan deret Taylor ber-orde satu , yakni suku yang mengandung pangkat lebih dari dua dapat diabaikan.

Metode Euler memiliki bentuk :

$$y_{i+1} \equiv y_i + f(x_i, y_i)\Delta x$$

$$f(x, y) = \frac{dy}{dx}$$

## II. Metode percobaan

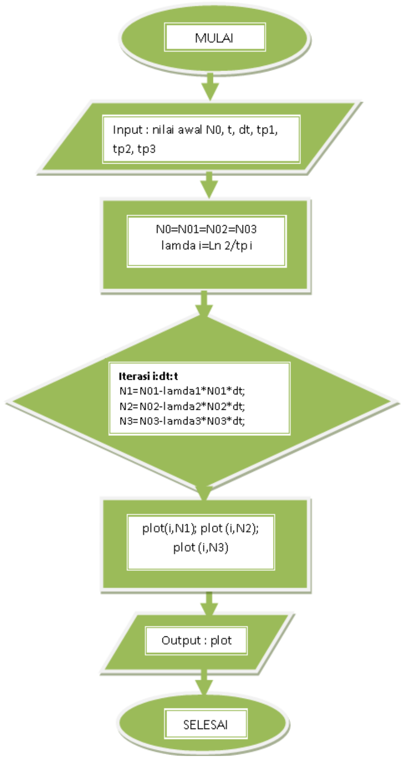
2.1 Metode Percobaan

Cara pengerjaan dari metode ini adalah dimasukkan nilai awal N0 , waktu peluruhan t dan waktu paruh tp 1 , 2 , 3 dengan nilai awal sama untuk semua unsur 1 , 2 , 3. Ditentukan λ masing-masing unsur dengan rumus λ = Ln 2 / tp . lalu dilakukan iterasi dengan metode Euler untuk menentukan N1 , N2 , N3 sampai batas peluruhan y yang dimasukkan . setelah hasil didapatkan , diplot N1 , N2 , N3 terhadap perubahan waktu sehingga didapatkan grafik nya.

Maka akan didapatkan hasil dari deret Taylor ber-orde satu dengan elemen ini memberikan estimasi kemiringan terhadap y sehingga didapatkan solusi PDB

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n) \qquad (1)$$

Dengan h adalah banyak langkah iterasi numerik yang dinotasikn sebagai dt.




*Gambar 1. Flowchart mencari solusi persoalan dengan output grafik.*

2.2 Hipotesis

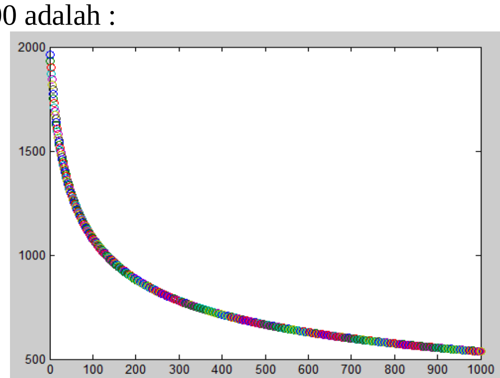
Digunakan metode iterasi "For" untuk memenuhi kondisi batas dalam menentukan solusi PDB.

## III. Data dan Pengolahan

Untuk kasus bola panas bersuhu 2000 derajat kelvin pada suhu kamar selama lima menit , didapatkan perumusan panas yang hilang selama proses pendinginan dengan persamaan :

$$\frac{d\theta}{dt} = -2.2067x10^{-12}(\theta^4 - 81x10^8)$$

Didapatkan grafik dengan iterasi sebanyak 1000 adalah :




*Gambar 2. Perubahan suhu VS jumlah iterasi*

[Tugas] Diketahui h adalah banyak iterasi sehingga , dengan jarak antar point [a,b] didapat:

$h = b{-}a\ /\ N$

Rumus yang digunakan dalam perhitungan ini adalah :

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \qquad (2)$$

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt$$

$$N = No\ e^{-\lambda t} \qquad (3)$$

Waktu paruh nya :

$$\frac{No}{2} = No\ e^{-\lambda t1/2} \qquad (4)$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t1/2} \qquad (5)$$

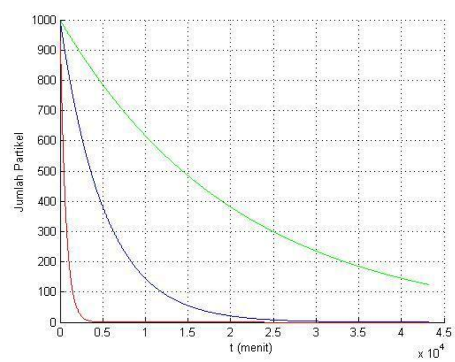
Dengan hubungan λ dan N dalam proses peluruhan unsur adalah :

$$dN = -\lambda N dt \qquad (6)$$

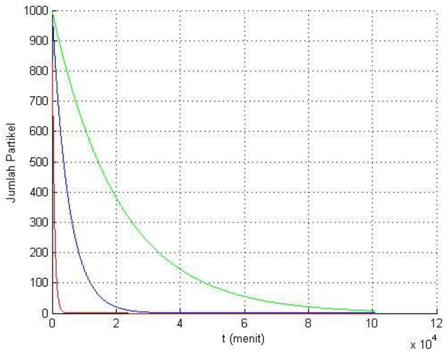
Dan proses diskritisasinya :

$$N = No - \lambda No\Delta t \qquad (7)$$

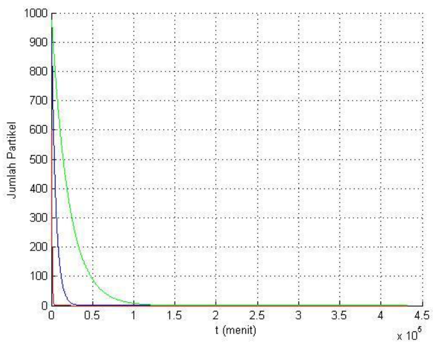
Didapatkan Grafik jumlah partikel bersama waktu peluruhannya:




*Gambar 3. Grafik jumlah partikel VS peluruhan selama 3 hari.*




*Gambar 4. Grafik jumlah partikel VS peluruhan selama 7 hari.*




*Gambar 5. Grafik jumlah partikel VS peluruhan selama 30 hari.*

## IV. Pembahasan

Untuk kasus bola panas , ketika suhu diubah menjadi 500 kelvin, dan iterasi dilakukan sebanyak 10000 , saat mencapai suhu kamar yakni 300 (dengan suhu kamar referensi adalah 293 – 298 derajat kelvin ) didapatkan pada saat detik ke 25000 keatas. Adapun saat mencapai suhu kamar nilai T nya tidak turun (konstan) karena ketika suhu bola panas semakin kecil sejalan waktunya maka suhu kamar akan menjaga agar suhu bola tersebut sama dengan suhu kamarnya.

Dalam praktikum ini, dimasukkan nilai paruh waktu yang berbeda-beda yakni untuk 3 hari , 7 hari , dan 30 hari serta nilai variabel lain yang tetap. Dengan melihat grafik , didapatkan bahwa semakin lama waktu peluruhan maka jumlah partikelnya akan semakin cepat habis, karena jumlah partikel akan semakin berkurang seiring waktu berdasarkan rumus (7) , dengan waktu yang semakin lama maka laju pengurangannya juga semakin besar.

Pada perhitungan , digunakan h (dt) yang sangat kecil untuk menghasilkan nilai aproksimasi yang mendekati nilai analitiknya.

## V. Simpulan

Suhu suatu bahan akan konstan pada suhu kamar dan tidak akan turun di detik tertentu.

Untuk mendapatkan hasil yang mendekati hasil analitik, dibutuhkan jumlah h (langkah) atau dt yang kecil.

## VI. Daftar Pustaka

[1]http://www.mathworks.com/help/matlab/ref/eig.html , diakses pada 10-04-2014 20:05

[2] http://en.wikipedia.org/wiki/Euler_method , diakses pada 25-03-2014 09:07